

## КАЧЕСТВО ЭЛЕКТРОЭНЕРГИИ

### Метод спектрального анализа интергармоник в электроэнергетических системах

Чижма С. Н., канд. техн. наук

Омский государственный университет путей сообщения

Представлен метод спектрального анализа сигналов, содержащих канонические гармоники и интергармоники, основанный на дискретном преобразовании Фурье с применением измерительных окон с низким разрешением и интерполяцией. Показаны результаты оценки точности метода.

**Ключевые слова:** канонические гармоники, интергармоники, дискретное преобразование Фурье, измерительное окно Кайзера, интерполяция, погрешность.

В ГОСТ Р 51317.4.30–2008 [1] для контроля параметров интергармоник (составляющих сигналов, частота которых не кратна основной частоте переменного сигнала) в качестве измерительного алгоритма предлагается применять дискретное преобразование Фурье (ДПФ) с использованием прямоугольного временного окна длительностью 10 циклов основной частоты (50 Гц). Оценим эффективность такого подхода.

При анализе формы синусоиды переменного тока гармоники и интергармоники определяются как компоненты спектра в квазиустойчивом состоянии. Интергармоники возникают при быстром изменении токов и напряжений, вызывающих переходные процессы в системе, и асинхронном переключении полупроводниковых устройств статических преобразователей, таких, как устройства с широтно-импульсной модуляцией и частотный привод. Кроме того, их появление может быть обусловлено колебательными явлениями, возникающими, например, в системах с последовательно или параллельно соединенными конденсаторами, а также специфическими режимами работы силовых трансформаторов. Амплитуда интергармоник редко превышает 0,5 % значения амплитуды основной частоты, но в условиях резонанса может быть и больше.

При контроле интергармоник возможно несовпадение длительности оконной функции с длительностью сигнала на измеряемых частотах, что вызывает дополнительные погрешности. В [1] предлагается группировать гармоники и интергармоники с разрешающей

способностью 5 Гц. Заранее определенная ширина окна фиксирует частотное разрешение 5 Гц, поэтому интергармонические компоненты, которые находятся между группами гармоник с разрешающей способностью 5 Гц, за счет “размытия” спектра могут частично влиять на соседние гармонические группы. Значения и частоты интергармоник изменяются во времени (иногда довольно быстро) в зависимости от характера их источников. При измерениях это создает трудности, связанные с выбором типа и длительности окна, частоты дискретизации, числа используемых отсчетов. В итоге предложенное в [1] группирование гармоник и интергармоник увеличивает значение коэффициента гармоник, обычно используемого для характеристики искажений сигнала.

Степень наложения спектральных линий соседних гармоник зависит от характеристик временного окна, поэтому правильный его выбор позволит уменьшить погрешности. В [1] предлагается использовать прямоугольное окно, которое характеризуется узким основным лепестком (лучшим разрешением среди близких по частоте сигналов), но самыми высокими по уровню и наиболее медленно затухающими боковыми лепестками (худшими для помех, вызванных сильными сигналами на фоне слабых, разнесенных по частоте). Если исследуемые спектральные линии по частоте разнесены достаточно далеко, то каждая из них будет уверенно определена с помощью прямоугольного окна, относящегося к классу высокоизбирательных. Значитель-

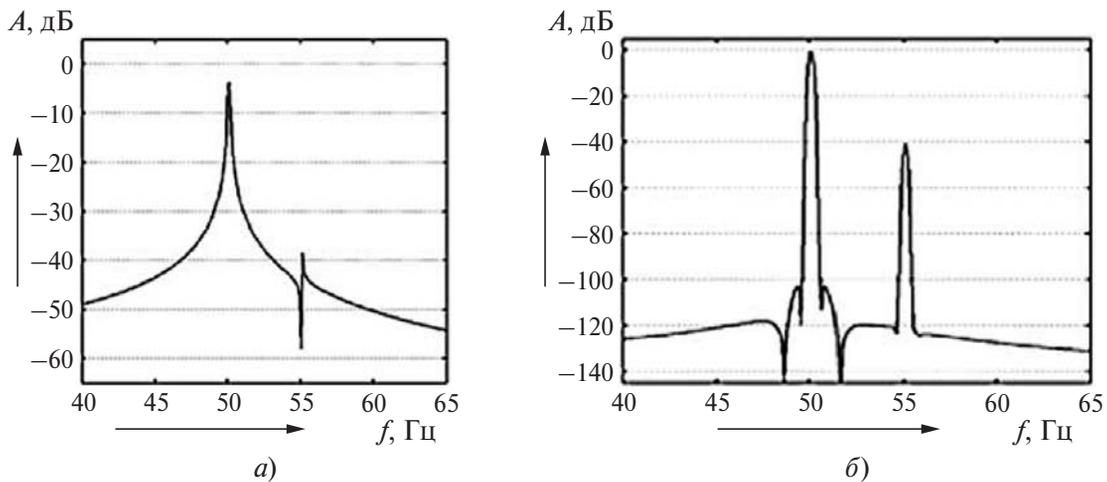


Рис. 1

ные сложности возникают из-за разницы амплитуд гармоник (от сотых долей процента до полного значения сигнала основной частоты) и интергармоник (несколько сотых долей от уровня основного тона).

Исследуем возможность определения спектральной линии малого уровня по соседству с интенсивной близко расположенной линией. В качестве примера примем сигнал основной частоты (50 Гц) с единичной амплитудой и интергармонику частотой 55 Гц с амплитудой 0,01 (по отношению к сигналу основной частоты составляет -40 дБ). Частота дискретизации  $f_s$  равна 51 200 Гц, т. е. в выборке будет содержаться 2048 отсчетов.

Амплитудный спектр суммарного сигнала, полученный методом ДПФ с использованием прямоугольного окна, показан на рис. 1, а. Если не принимать во внимание узкий провал в 10 дБ, который даже при небольшом изменении частоты сигналов и наличии шумов изменяется за счет наложения боковых лепестков, то можно наблюдать минимум глубиной 5 дБ. Этот весьма неуверенно обнаруженный и слабый сигнал едва различим в присутствии сильного сигнала.

Далее с целью поиска слабого сигнала используем окно Кайзера (относящееся к классу окон с низким разрешением и высоким отношением основного лепестка к боковым) и определим его эффективность. Результаты анализа показаны на рис. 1, б, где четко выделяются пики, соответствующие исследуемым сигналам, а между пиками расположены провалы глубиной от 60 до 80 дБ. Таким образом, при использовании предложенного окна интергармоники легко опреде-

ляются в присутствии сильных канонических гармоник.

Для спектрального анализа было выбрано окно Кайзера ввиду его хорошей спектральной характеристики и простоты интерполяционных формул. С целью оценки амплитуды, частоты и угла сдвига фаз сигнала компонентов с высокой точностью применим интерполяцию, используя полученные результаты ДПФ с заданным частотным разрешением 5 Гц.

Алгоритм интерполяции в частотной области реализуется следующим образом.

Представим произведение сигнала  $S$  и оконной функции  $w$  как

$$S(k) = A \sin\left(2\pi f \frac{k}{f_s} + \varphi\right) w(k), \quad (1)$$

где  $A$  и  $f$  — амплитуда и частота сигнала;  $k = 0, 1, \dots, L - 1$ ;  $\varphi$  — фазовый угол;  $f_s$  — частота дискретизации.

Спектр сигнала оценивается значением ДПФ на  $L$  точках:

$$S(i) = \frac{A \exp(j\varphi)}{2j} W\left(\frac{i}{L} - \nu\right), \quad (2)$$

где  $\nu = f/f_s$  — частота, нормированная частотой дискретизации;  $i = 0, 1, \dots, L - 1$ ;  $W$  — измерительное окно в частотной области.

При наличии небольшой десинхронизации между периодом сигнала и длительностью временного окна  $T_W = L/f_s$  ни одна из компонент ДПФ не совпадает с фактической частотой сигнала. При использовании окна Кайзера приближенные выражения для определения интерполированных значений ампли-

туды, частоты и фазового угла можно представить в следующем виде:

$$\left. \begin{aligned} \hat{A} &= \pi |S(M)| \frac{\hat{\delta}(1-\hat{\delta}^2)}{\sin(\pi\hat{\delta})}; \quad \hat{\nu} = \frac{M}{L} + \hat{\delta}; \\ \hat{\phi} &= \frac{\pi}{2} + \angle S(M) - M\pi\hat{\delta}; \\ |\hat{\delta}| &= \frac{2-\alpha}{1+\alpha}; \quad \alpha = \frac{|S(M)|}{|S[M + \text{sign}(\hat{\delta})]|} \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

где  $\text{sign}(\hat{\delta}) = \text{sign}[|S(M+1)| - |(S(M-1))|]$ ;  $M$  — порядок компоненты ДПФ;  $\hat{\delta}$  — оценка нормированного отклонения частоты от фактической нормированной частоты.

При наличии отклонения частоты измеряемого сигнала используется предварительная фильтрация гармоник с последующим анализом и оценкой значения интергармоник. Обозначим сигнал  $S$  с наложенной на него оконной функцией  $W'$  как

$$S_{W'}(k) = S(k)W'(k) \quad (4)$$

и представим его в виде суммы двух составляющих — гармоник  $S^H$  и интергармоник  $S^I$ :

$$S_{W'}(k) = [S^H(k) + S^I(k)]W'(k). \quad (5)$$

Оценка этих составляющих:

$$\hat{S}^H(k) = \sum_n \hat{A}_n^H \sin(2\pi\hat{\nu}_n k + \hat{\phi}_n); \quad (6)$$

$$\hat{S}^I(k) = S(k) - \hat{S}^H(k), \quad (7)$$

где индекс — нормированное значение.

Степень уменьшения погрешностей, возникающих из-за “размытия” спектра, определяется точностью оценки амплитуды, частоты и угла сдвига фаз гармонических составляющих для фильтрации. Обеспечить требуемую точность можно путем надлежащей интерполяции спектральных характеристик, рассчитанных с помощью ДПФ.

После определения  $\hat{S}^I(k)$  можно выполнить интергармонический анализ с пониженным эффектом гармонической утечки. Ошибка с учетом остаточного эффекта вычисляется по формуле

$$\varepsilon(k) = S^H(k) - \hat{S}^H(k). \quad (8)$$

Ее значение, как правило, отлично от нуля. Нижнее значение  $\varepsilon^H$  соответствует наименьшей ошибке из-за “размытия” спектра.

Использование надлежащего окна  $W''$  при интергармоническом анализе может снизить остаточную ошибку из-за “размытия” спектра, при этом интергармонический сигнал будет определяться по формуле

$$S_{W''}^I(k) = \hat{S}^I(k)W''(k). \quad (9)$$

Выбор  $W''$  должен осуществляться с учетом следующих дополнительных аспектов: взаимодействия гармоник и интергармоник; проблемы группировки сигналов. Исследования показали эффективность применения окна с низким разрешением и высоким отношением основного к боковым лепесткам, например, окна Кайзера.

Точность оценки связана с точностью фильтрации, которая зависит от алгоритма интерполяции, числа отсчетов и степени взаимодействия составляющих с интергармоническими частотами и близкими гармониками (которые должны быть оценены и фильтруются).

Что касается сложности вычислений, важно отметить, что для достижения равного или более высокого уровня точности, который обеспечивают синхронизированные методы, в приведенном методе точная синхронизация не нужна. Поэтому можно выбрать частоту дискретизации  $f'_s$ , не зависящую от фактической частоты питания, но по-прежнему оценивая его номинальное значение. Это позволяет получать число отсчетов с использованием степени числа 2:

$$f'_s = \frac{2^n}{10T_{1r}} = \frac{f_{1r}2^n}{10}, \quad (10)$$

где  $T_{1r}$  и  $f_{1r}$  — номинальные значения периода и частоты основной гармоники.

В алгоритме применяется ДПФ на двух стадиях с использованием одного и того же окна — на первом и втором этапах.

В стандартах рекомендуется сглаживать результаты, полученные в ходе анализа компонент за 200 мс. Результаты обновляются либо после каждого окна, либо после каждых 15 временных окон (около 3 с в каждом). Это может повысить точность результатов при режиме десинхронизации по сравнению с результатами, полученными с использованием единичного окна длительностью 200 мс.

Для оценки разработанного алгоритма интерполяции на вход смоделированного виртуального измерительного прибора подадим произвольно выбранный тестовый сигнал

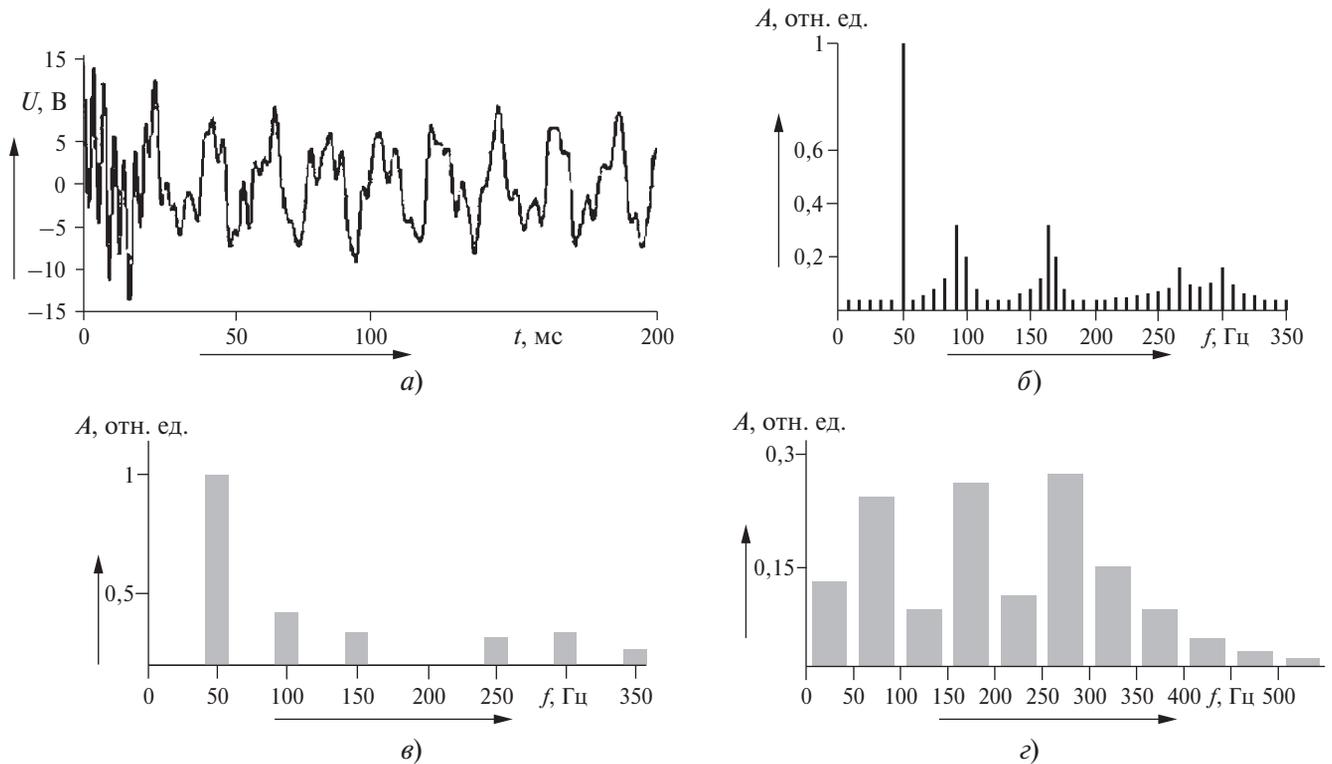


Рис. 2

(рис. 2, а), содержащий канонические гармоники и интергармоники. Этот сигнал получен с помощью виртуального генератора [2], реализованного в среде Matlab. На рис. 2, б показан амплитудный спектр сигнала с шагом 5 Гц (при этом наблюдается небольшое “размытие” спектра), а на рис. 2, в и г приведены интергармонические центрированные подгруппы и гармонические группы тестового сигнала (в логарифмическом масштабе), вычисленные в соответствии с ГОСТ Р 51317.4.7–2008.

Рекомендуемое в стандарте прямоугольное окно наиболее чувствительно к отклонению частоты измеряемого сигнала. Выявим влияние отклонений частоты при использовании ранее выбранного окна Кайзера. Для этого определим суммарный среднеквадратический сигнал

$$K_{Y_{\text{ср}}} = \sqrt{Y_{n-200-ms}^2 + Y_{n+0,5-200-ms}^2}, \quad (11)$$

где  $Y_{n-200-ms}^2 = \sum_{k=-1}^1 Y_{10n+k}^2$  и  $Y_{n+0,5-200-ms}^2 = \sum_{k=-4}^4 Y_{10n+k}^2$  — суммарные амплитудные значения гармонических групп и интергармонических центрированных подгрупп за время измерения, равное 200 мс.

Погрешность определения этого сигнала

$$K_{Y_a} = \text{abs} \left( 100 \frac{K_{Y_{\text{ср.и}}} - K_{Y_{\text{ср.р}}}}{K_{Y_{\text{ср.и}}}} \right), \quad (12)$$

где индекс “и” — значение, определенное в соответствии с методикой [1], а индекс “р” — реальное значение, определенное с использованием оконной функции Кайзера.

Результаты исследования зависимости погрешности определения амплитуды интергармонической подгруппы от частоты основной гармоники для оконных функций (прямоугольной и Кайзера — см. рис. 3, а) свидетельствуют, что применение оконной функции, отличной от прямоугольной, приводит к уменьшению погрешности определения амплитуды интергармоник при изменении частоты сигнала практически на порядок.

Предложенный метод определения гармонического состава сигнала применим и для интергармонических составляющих. Отличия заключаются в том, что оценка амплитуды и фазы будет выполняться для каждой не только гармоники, но и интергармоники, а затем отдельные составляющие группируются в гармонические группы и центрированные интергармонические подгруппы. Оценим точность предложенного метода при наличии в сигнале интергармоник.

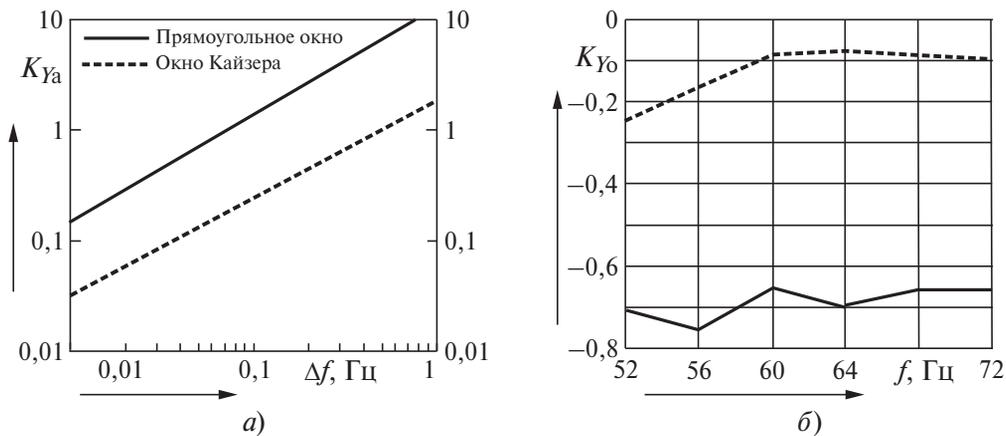


Рис. 3

Для удобства анализа введем коэффициент полных гармонических/интергармонических искажений

$$K_{Y_{\Pi}} = \sqrt{Y_{n-200-ms}^2 + Y_{n+0,5-200-ms}^2 - Y_1^2}, \quad (13)$$

где  $Y_1$  — амплитуда гармоники основной частоты.

Для упрощения исследований используем относительное отклонение значения коэффициента  $K_{Y_{\Pi}}$  от коэффициента  $K_{Y_{и}}$ , вычисленного с использованием ДПФ при идеальных условиях:

$$K_{Y_o} = \frac{K_{Y_{\Pi}} - K_{Y_{и}}}{K_{Y_{и}}}. \quad (14)$$

Дальнейшие исследования проводили с целью определения влияния изменения параметров сигнала и условий проведения анализа на точность алгоритма. Тестовый сигнал является непериодическим для любого интервала наблюдения, что может вызвать потерю отсчетов и несовпадение длительности оконной функции с периодами измеряемых частот. В ходе экспериментов сравнивали заданные значения показателей гармонических и интергармонических групп с рассчитанными с помощью алгоритмов, принятых в [1].

Относительную погрешность между заданными и вычисленными параметрами сигналов определяли как зависимость  $K_{Y_o}$  от частоты первой интергармоники (результаты см. на рис. 3, б).

Итак, прямоугольное окно дает наименьшие погрешности при оценке спектральных составляющих, однако оно наиболее чувствительно к различным возмущениям параметров сигнала.

### Выводы

1. Используемые окна с низким разрешением и высоким отношением основного лепестка к боковым (например, окно Кайзера) имеют лучшую избирательность по сравнению с прямоугольным окном в случае близкого расположения гармонических составляющих со значительной разницей амплитуд.

2. Относительная погрешность алгоритма оценки спектральных составляющих при изменении частоты основной гармоники и первой интергармоники для прямоугольного окна — наименьшая, однако она наиболее чувствительна к различным возмущениям параметров сигнала.

### Список литературы

- ГОСТ Р 51317.4.30–2008. Совместимость технических средств электромагнитная. Системы электропитания и подключаемые к ним технические средства. Общее руководство по измерениям гармоник и интергармоник и средствам измерений. — М.: Стандартиформ, 2009.
- Чижма С. Н., Газизов Р. И. Виртуальный генератор для исследования сигналов в электрических цепях. — Научные проблемы транспорта Сибири и Дальнего Востока, 2009, № 2.

chizhmasn@omgups.ru