

## Упрощенные цифровые измерительные органы дистанционной защиты

Куликов А. Л., доктор техн. наук, Колобанов П. А., Фальшина В. А., аспиранты  
Нижегородский государственный технический университет им. Р. Е. Алексеева

Предложены алгоритмы обработки сигналов цифровой дистанционной защиты, позволяющие существенно сократить число вычислительных операций в терминалах защиты.

**Ключевые слова:** дистанционная защита, вычисление сопротивления, цифровая обработка сигналов промышленной частоты, цифровые фильтры, дискретное преобразование Фурье.

Оснащение современным оборудованием электрических сетей, расширение режимов его применения формирует повышенные требования к устройствам релейной защиты и автоматики (РЗА). Особые требования к быстрдействию РЗА предъявляются в высоковольтных электрических сетях, где крайне важно быстро определить поврежденный участок и локализовать аварию.

Дистанционные реле обычно применяют для защиты линий электропередачи. Их принципы действия базируются на расчете на основной частоте комплексного сопротивления между местом установки реле и поврежденным участком (местом повреждения). При цифровой реализации для момента времени, соответствующего выборке с номером  $n$ , активное  $R(n)$  и реактивное  $X(n)$  сопротивления ЛЭП определяют по мгновенным выборочным значениям тока  $i(n)$  и напряжения  $u(n)$ , которые могут содержать компоненты высокочастотных гармоник, а также экспоненциально затухающую апериодическую составляющую.

Цель статьи — разработка новых быстродействующих алгоритмов для цифровых измерительных органов дистанционной защиты, обеспечивающих требуемую точность вычислений и динамическую устойчивость.

Наиболее распространенным алгоритмом, обеспечивающим выделение компонент основной частоты, является дискретное преобразование Фурье (ДПФ). При этом схема получения  $R(n)$  и  $X(n)$ , а также модуля комплексного сопротивления ЛЭП  $|Z(n)|$  и его фазы  $\varphi(n)$  соответствуют рис. 1. В зависимости от принятой внутренней схемы дистанционной защиты выбирается либо первая  $[R(n), X(n)]$ , либо вторая  $[|Z(n)|, \varphi(n)]$  группа выводов измерительного органа. Квадратурные составляющие  $i_S(n)$ ,  $i_C(n)$  и  $u_S(n)$ ,  $u_C(n)$  ДПФ на основной частоте формируются путем корреляции входных выборочных сигналов с соответствующими отсчетами синусной и косинусной гармоник [1–6]. Как правило, применяется ДПФ полного периода, включающее  $N$  выборочных значений на

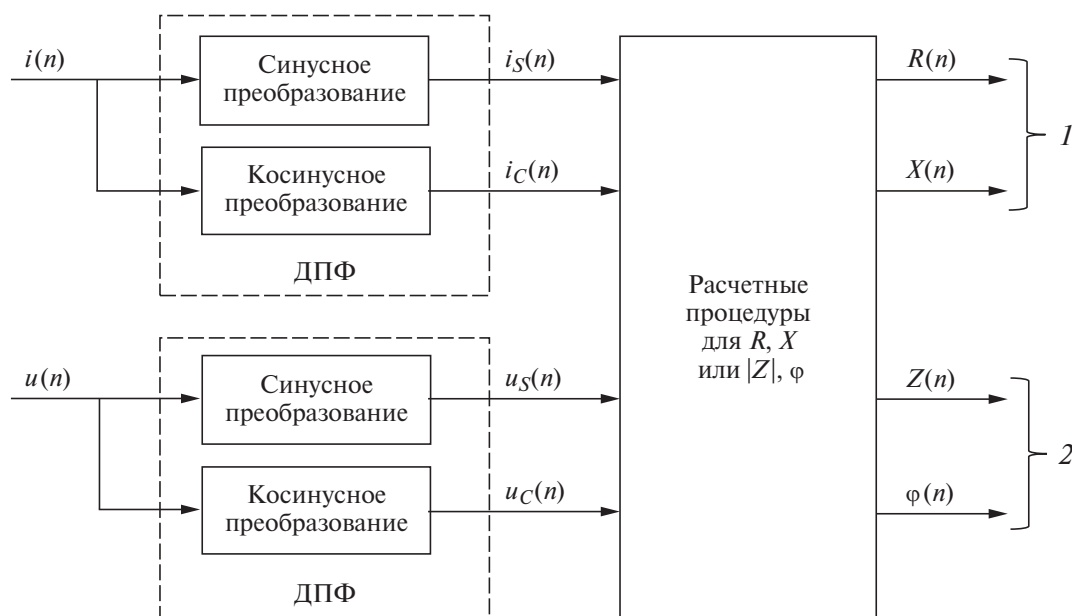


Рис. 1. Структурная схема измерительного органа дистанционной защиты с использованием ДПФ

период основной частоты. Вычисление сопротивлений  $R$  и  $X$  (рис. 1, группа выходов 1) осуществляется по выборочным квадратурным значениям тока и напряжения с использованием следующих равенств [4 – 6]:

$$u(n) = u_C(n) + u_S(n); \quad (1)$$

$$i(n) = i_C(n) + i_S(n); \quad (2)$$

$$u_C(n) = \frac{2}{N} \sum_{k=n-N+1}^n u(k) \cos\left(\frac{2\pi k}{N}\right); \quad (3)$$

$$u_S(n) = \frac{2}{N} \sum_{k=n-N+1}^n u(k) \sin\left(\frac{2\pi k}{N}\right); \quad (4)$$

$$i_C(n) = \frac{2}{N} \sum_{k=n-N+1}^n i(k) \cos\left(\frac{2\pi k}{N}\right); \quad (5)$$

$$i_S(n) = \frac{2}{N} \sum_{k=n-N+1}^n i(k) \sin\left(\frac{2\pi k}{N}\right); \quad (6)$$

$$R(n) = \frac{u_C(n)i_C(n) + u_S(n)i_S(n)}{i_C^2(n) + i_S^2(n)}; \quad (7)$$

$$X(n) = \frac{u_C(n)i_S(n) - u_S(n)i_C(n)}{i_C^2(n) + i_S^2(n)}; \quad (8)$$

где  $k$  — текущий индекс выборочного значения.

Вычисление модуля  $|Z(n)|$  и фазы  $\varphi(n)$  комплексного сопротивления (см. рис. 1, группа выходов 2) может осуществляться с помощью выражений:

$$|Z(n)| = \sqrt{R^2(n) + X^2(n)}; \quad (9)$$

$$\varphi(n) = \arg(R(n), X(n)). \quad (10)$$

Здесь и далее под выражением вида  $\arg(R, X)$ , где  $R, X$  — произвольные действительные числа, понимается функция

$$\arg(R, X) = \begin{cases} \arctg\left(\frac{X}{R}\right), & \text{если } R \geq 0; \\ \arctg\left(\frac{X}{R}\right) + \pi, & \text{если } R < 0. \end{cases} \quad (11)$$

Необходимость ее введения объясняется тем, что область определения арктангенса лежит в пределах  $[-\pi/2; \pi/2]$ , в то время как фаза комплексного числа  $\varphi$  определена в диапазоне  $[0, 2\pi]$ .

Возможно также определение модуля и фазы сопротивления с помощью оценки ам-

плитуды тока  $I(n)$ , его фазы  $\varphi_i(n)$ , а также амплитуды  $U(n)$  и фазы  $\varphi_u(n)$  напряжения:

$$I(n) = \sqrt{i_C^2(n) + i_S^2(n)}; \quad (12)$$

$$U(n) = \sqrt{u_C^2(n) + u_S^2(n)}; \quad (13)$$

$$|Z(n)| = \frac{U(n)}{I(n)} = \sqrt{\frac{u_C^2(n) + u_S^2(n)}{i_C^2(n) + i_S^2(n)}}; \quad (14)$$

$$\varphi(n) = \arg\left(\frac{u_S(n)}{u_C(n)}\right) - \arg\left(\frac{i_S(n)}{i_C(n)}\right). \quad (15)$$

Однако известно, что дискретное преобразование Фурье является избыточным. Для полноценной цифровой обработки сигналов токов и напряжений достаточно одного из преобразований — синусного или косинусного [7, 8]. В таком случае практически вдвое сокращается число операций для получения ортогональных составляющих токов  $i_C(n)$ ,  $i_S(n)$  и напряжений  $u_C(n)$ ,  $u_S(n)$ , а структурная схема цифрового измерительного органа дистанционной защиты изменяется в соответствии с рис. 2, а. В качестве варианта при формировании таких улучшенных процедур наряду с синусным и косинусным преобразованиями может привлекаться действительное преобразование Хартли (ДПХ) [7 – 9].

Исследования авторов свидетельствуют, что возможна реализация упрощенного цифрового дистанционного измерительного органа без перехода к квадратурным составляющим, т. е. на основе действительной арифметики, в частности, в соответствии со схемой рис. 2, б. Здесь реализуется действительное преобразование с последующей оценкой  $R(n)$ ,  $X(n)$  или  $|Z(n)|$ ,  $\varphi(n)$  по его результатам.

В расчетных процедурах в схеме рис. 2, б могут использоваться, например, алгоритмы, основанные на учете синусоидальности сигналов токов и напряжений [3, 4, 6]. Наиболее простой из них — алгоритм Манна — Моррисона [10], использующий один выборочный отсчет и первую производную и соответствующий следующим соотношениям:

$$u(n) = U(n) \sin(2\pi f n \Delta t); \quad (16)$$

$$i(n) = I(n) \sin(2\pi f n \Delta t + \varphi); \quad (17)$$

$$u'(n) = 2\pi f U(n) \cos(2\pi f n \Delta t); \quad (18)$$

$$U(n)^2 = u^2(n) + \left(\frac{u'(n)}{2\pi f}\right)^2. \quad (19)$$

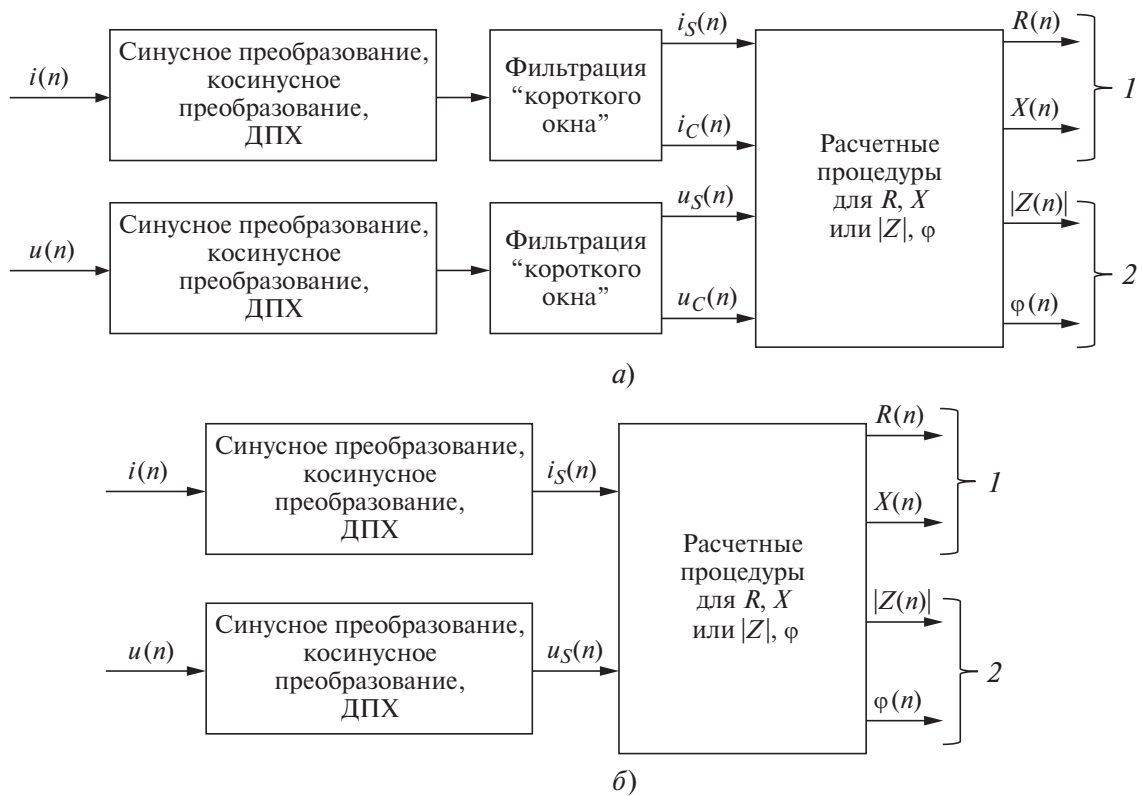


Рис. 2. Структурные схемы упрощенных цифровых измерительных органов дистанционной защиты

Аналогичные соотношения можно записать и для тока, тогда

$$|Z(n)| = \sqrt{\frac{u^2(n) + \left(\frac{u'(n)}{2\pi f}\right)^2}{i^2(n) + \left(\frac{i'(n)}{2\pi f}\right)^2}}; \quad (20)$$

$$\varphi(n) = \arg\left(\frac{u(n)2\pi f}{u'(n)}\right) - \arg\left(\frac{i(n)2\pi f}{i'(n)}\right). \quad (21)$$

Для вычисления первой производной напряжения целесообразно применение следующего упрощенного выражения:

$$u'(n) = \frac{[u(n) - u(n-1)]}{\Delta t} \quad (22)$$

или использование трех последовательных отсчетов

$$u'(n) = \frac{[3u(n) - 4u(n-1) + u(n-2)]}{2\Delta t}. \quad (23)$$

Для амплитудных значений реализуются следующие выражения:

$$u(n) = U(n) \sin(2\pi f n \Delta t); \quad (24)$$

$$\begin{aligned} u(n+1) &= U(n) \sin(2\pi f(n+1)\Delta t) = \\ &= U(n) \sin(2\pi f n \Delta t) \cos(2\pi f \Delta t) + \\ &+ U(n) \cos(2\pi f n \Delta t) \sin(2\pi f \Delta t). \end{aligned} \quad (25)$$

Подставляя выражение для  $u(n)$  в равенство для  $u(n+1)$ , получаем:

$$\frac{u(n+1) - u(n) \cos(2\pi f \Delta t)}{\sin(2\pi f \Delta t)} = U(n) \cos(2\pi f n \Delta t). \quad (26)$$

Суммируя квадраты выражений для  $u(n)$  и  $U(n) \cos(2\pi f n \Delta t)$ , находим

$$U(n) = \sqrt{\frac{u^2(n) + u^2(n+1) - 2u(n)u(n+1) \cos(2\pi f \Delta t)}{\sin^2(2\pi f \Delta t)}}. \quad (27)$$

Для амплитуды тока имеет место аналогичное выражение

$$I(n) = \sqrt{\frac{i^2(n) + i^2(n+1) - 2i(n)i(n+1) \cos(2\pi f \Delta t)}{\sin^2(2\pi f \Delta t)}}. \quad (28)$$

Тогда

$$|Z(n)| = U(n) / I(n) = \frac{u^2(n) + u^2(n+1) - 2u(n)u(n+1)\cos(2\pi f\Delta t)}{\sqrt{i^2(n) + i^2(n+1) - 2i(n)i(n+1)\cos(2\pi f\Delta t)}}. \quad (29)$$

Оценка фазного угла между напряжением и током по алгоритму двух выборок выполняется в соответствии со следующими соотношениями:

$$\begin{aligned} i(n) &= I \sin(2\pi fn\Delta t + \varphi) = \\ &= I(n) \sin(2\pi fn\Delta t) \cos(\varphi) + \\ &+ I(n) \cos(2\pi fn\Delta t) \sin(\varphi), \end{aligned} \quad (30)$$

а учитывая, что  $(n+1)\Delta t = n\Delta t + \Delta t$ , получаем:

$$\begin{aligned} i(n+1) &= I(n) [\sin(2\pi fn\Delta t) \cos(2\pi f\Delta t) + \\ &+ \cos(2\pi fn\Delta t) \sin(2\pi f\Delta t)] \cos(\varphi) + \\ &+ I(n) [\cos(2\pi fn\Delta t) \cos(2\pi f\Delta t) + \\ &+ \sin(2\pi fn\Delta t) \sin(2\pi f\Delta t)] \sin(\varphi). \end{aligned} \quad (31)$$

Используя ранее полученные равенства, имеем:

$$\sin(2\pi fn\Delta t) = \frac{u(n)}{U(n)}; \quad (32)$$

$$\cos(2\pi fn\Delta t) = \frac{u(n+1) - u(n)\cos(2\pi f\Delta t)}{U(n)\sin(2\pi f\Delta t)}. \quad (33)$$

Тогда

$$\begin{aligned} \varphi(n) &= \arccos \left[ \frac{i(n)u(n) + i(n+1)u(n+1)}{|I(n)||U(n)|\sin^2(2\pi f\Delta t)} - \right. \\ &\left. - \frac{[i(n)u(n+1) + i(n+1)u(n)]\cos(2\pi f\Delta t)}{|I(n)||U(n)|\sin^2(2\pi f\Delta t)} \right]. \end{aligned} \quad (34)$$

Наряду с оценкой квадратурных составляющих токов и напряжений, а также их амплитуд имеется возможность непосредственного вычисления активного  $R(n)$  и реактивного  $X(n)$  сопротивлений по мгновенным значениям  $i(n)$ ,  $u(n)$  по схеме рис. 2, б (группа выходов I).

Сопоставление точностных и динамических характеристик цифровых измерительных органов дистанционной защиты, выполненных по схемам на рис. 1 (ДПФ) и рис. 2, б, осуществляли с использованием имитационного моделирования. Для схемы на рис. 2, б выбраны два варианта:

дискретное синусное преобразование в совокупности с алгоритмами Манна—Моррисона, выражения (20), (21), (23) — алгоритм 1;

дискретное синусное преобразование в сочетании с двухвыборочным алгоритмом, выражения (27) — (29), (34) — алгоритм 2.

При моделировании проводили расчет комплексного сопротивления  $Z(n) = R(n) + jX(n)$  по мгновенным значениям тока  $i(n)$  и напряжения  $u(n)$ , причем в установившемся режиме комплексное сопротивление  $Z = 5 + j \cdot 24$  Ом.

Результаты моделирования представлены на рис. 3. На рис. 3, а, в изображены кривые, характеризующие установление активного  $R(n)$  и реактивного  $X(n)$  сопротивлений для рассматриваемых алгоритмов. Рис. 3, б, г иллюстрирует поведение годографа сопротивления  $Z(n) = R(n) + jX(n)$  на комплексной плоскости. Анализ показывает, что измерительные органы цифровой дистанционной защиты, реализованные на основе ДПФ и алгоритмов 1, 2, имеют практически идентичные точностные характеристики и динамические свойства.

Вычислительную сложность рассмотренных алгоритмов цифровой дистанционной защиты оценим путем подсчета общего числа операций, требуемого для реализации соответствующего алгоритма. При этом примем, что умножение на степени числа 2 не требует вычислительных затрат, так как осуществляется простым сдвигом разрядов.

Исходя из выражений (3) — (6), видно, что комплексное ДПФ требует для выполнения  $2N$  операций умножения и  $2(N-1)$  операций сложения. Дополнительно для получения искомого  $|Z(n)|$  и  $\varphi(n)$  по квадратурным составляющим по наиболее простому варианту — выражения (14), (15) — необходимо 13 вычислительных операций. Таким образом, вычислительная сложность ДПФ, выраженная в количестве вычислительных операций,

$$W(n) = 2N + 2(N-1) + 13 = 4N + 11. \quad (35)$$

Распространяя аналогичные рассуждения на упрощенные варианты цифровой обработки, можно получить характеристики вычислительных затрат для алгоритма 1 — выражения (20), (21), производную берем по формуле (23) для обеспечения более стабильного результата:

$$W_1(n) = N + (N-1) + 21 = 2N + 20 \quad (36)$$

и для алгоритма 2 — формулы (29), (34) с учетом подстановки в формулу (34) выражений (27), (28):

$$W_2(n) = N + (N-1) + 37 = 2N + 36. \quad (37)$$

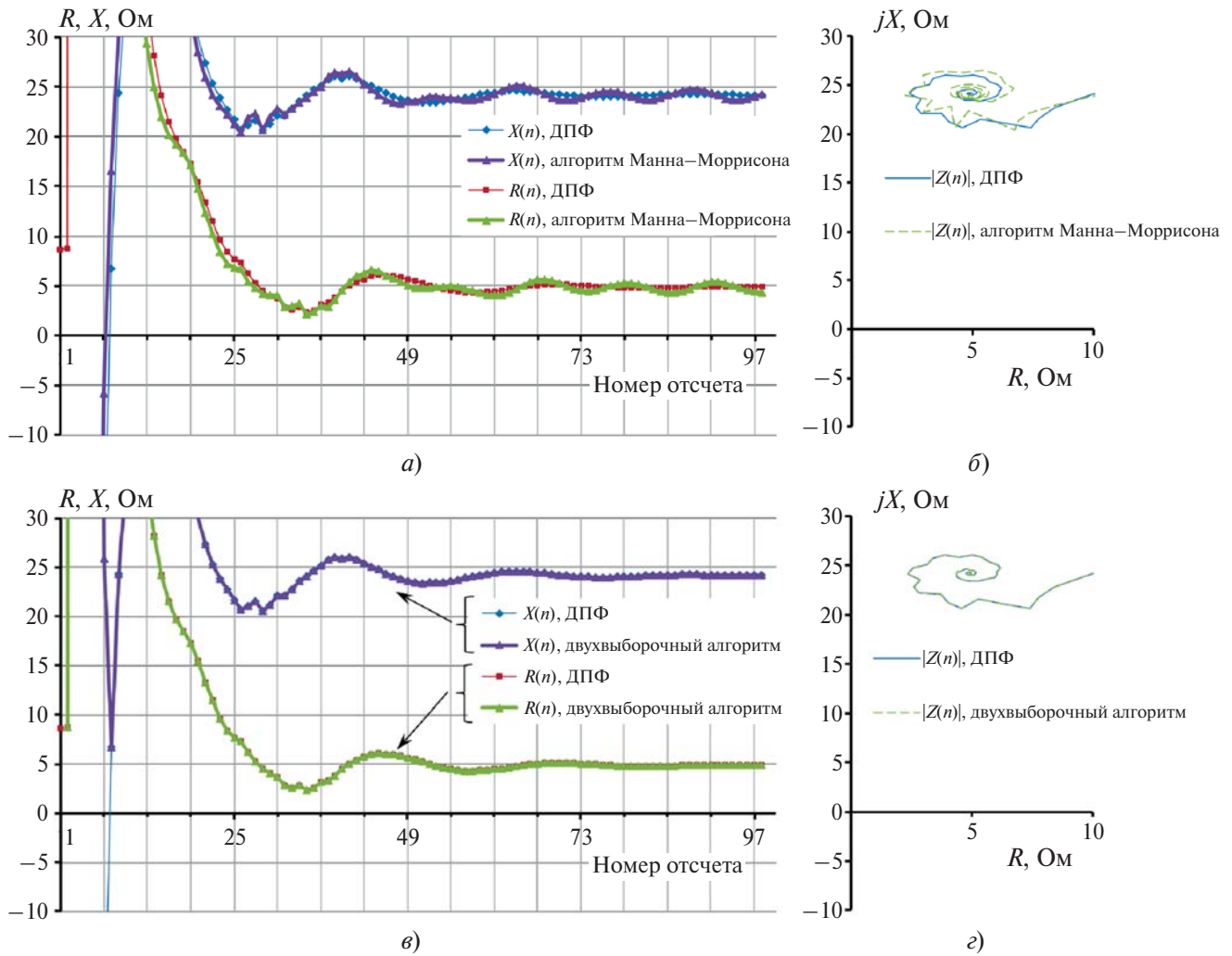


Рис. 3. Проведение замеров  $R(n)$  и  $X(n)$  во времени и на комплексной плоскости для разных алгоритмов

$N$	8	16	24	32	64
$K_1(N)$	1,19	1,44	1,57	1,65	1,80
$K_2(N)$	0,83	1,10	1,27	1,39	1,63

Выигрыш за счет применения упрощенных алгоритмов цифровых измерительных органов дистанционной защиты

$$K_1(n) = \frac{W(n)}{W_1(n)}; \quad K_2(n) = \frac{W(n)}{W_2(n)}. \quad (38)$$

Зависимость выигрыша от количества выборочных отсчетов  $N$  в анализируемом окне данных показана в таблице. Ее анализ показывает, что алгоритм 1 имеет выигрыш в числе операций по сравнению с ДПФ в 1,19 – 1,8 раза. Однако алгоритм 2 для построения цифрового измерительного органа дистанционной защиты целесообразно применять, начиная с числа выборочных отсчетов

за период промышленной частоты  $N = 16$ . При этом достигается выигрыш алгоритма 2 по отношению к ДПФ в 1,10 – 1,63 раза.

### Выводы

1. Предложенные упрощенные алгоритмы цифровых измерительных органов дистанционной защиты обладают аналогичными с ДПФ точностными и динамическими характеристиками. При этом оценки выигрыша в быстродействии зависят от числа используемых отсчетов  $N$  и составляют 1,10 – 1,8 раза.

2. Применение упрощенных алгоритмов в существующих цифровых терминалах релейной защиты приведет к снижению их вычислительной нагрузки, а также ценовых, массогабаритных и других показателей.

### Список литературы

1. Циглер Г. Цифровая дистанционная защита: принципы и применение / Пер. с англ. под ред. А. Ф. Дьякова. — М.: Энергоатомиздат, 2005.

2. **Шнеерсон Э. М.** Цифровая релейная защита. — М.: Энергоатомиздат, 2007.
3. **Phadke A. G., Thorp J. S.** Computer relaying for power systems / second edition. — London: John Wiley & Sons. The Atrium, Southern Gate, 2009.
4. **Johns A. T., Salman S. K.** Digital protection for power systems. — London: Peter Peregrinus Ltd / IEE, 1995.
5. **Rebizant W., Szafran J., Wiszniewski A.** Digital signal processing in power system protection and control. — London: Springer-Verlag Ltd, 2011.
6. **Куликов А. Л., Мисриханов М. Ш.** Введение в методы цифровой релейной защиты высоковольтных ЛЭП / Учеб. пособие. — М.: Энергоатомиздат, 2007.
7. **Брейсуэлл Р.** Преобразование Хартли / Пер. с англ. — М.: Мир, 1990.
8. **Фальшина В. А., Куликов А. Л.** Алгоритмы упрощенной цифровой фильтрации электрических сигналов промышленной частоты. — Промышленная энергетика, 2012, № 5.
9. **Куликов А. Л., Свешников А. С., Фальшина В. А.** Преобразование Хартли в задачах квадратурной фильтрации сигналов релейной защиты. — Изв. вузов. Проблемы энергетики, 2011, № 7 – 8.
10. **Mann V. J., Morrison I. F.** Digital calculation of impedance for transmission line protection. — IEEE Transactions on Power Apparatus and System, 1971, vol. 90, № 2.

**inventor61@mail.ru**